

Göngubrýr á Hringbraut – sveiflumælingar

Guðmundur Valur Guðmundsson, Línuhönnun (guðmundurv@lh.is)

Einar Þór Ingólfsson, Línuhönnun (eti@byg.dtu.dk)

Baldvin Einarsson, Línuhönnun (baldvin@lh.is)

Bjarni Bessason, Verkfræðideild Háskóla Íslands (bb@hi.is)

Inngangur

Göngubrú á Hringbraut við Njarðargötu var tekin í notkun árið 2005 í tengslum við færslu Hringbrautar. Við hönnun brúarinnar kom í ljós að eiginsveiflur hennar voru nálægt eigintíðni gangandi vegfarenda og hlaupara en metið sem svo að þær hreyfingar væru ekki óþægilegar fyrir vegfarendur. Til að staðfesta þær ályktanir var sótt um styrk til Rannsóknasjóðs Vegagerðarinnar til mælinga á brúnni.

Viðmið í núgildandi stöðlum, Eurocode 2 (ENV 1992-2:1995 – Steyptar brýr) og samsvarandi breskum staðli, BS5400, varðandi sveifluhegðun göngubrúa byggja að mestu leyti á einfölduðum aðferðum en hafa ekki hliðsjón af nýjustu þekkingu á þessu sviði. Á sama tíma er þróunin sú að göngubrýr verða sífellt flóknari að lögun og jafnframt koma arkitektar í meira mæli að hönnun brúa í þéttbýli og er útlit brúna mikilvægari þáttur en áður. Þekkt dæmi um þetta er Millennium göngubrúin yfir Thames á í Lundúnum sem var lokuð í tæp tvö ár eftir opnunina á meðan verkfræðingar fundu lausn á vandræðum vegna hliðarsveifla af völdum gangandi vegfarenda á brúnni, [Dallard et al., 2001]. Nærtækara dæmi frá Íslandi er göngubrú yfir Miklubraut en þar þurfti að koma fyrir búnaði til að dempa hreyfingar brúarinnar vegna hlaupandi vegfarenda eftir að brúin hafði verið tekin í notkun. [Snæbjörnsson og Sigbjörnsson, 1999]

Göngubrýr á Hringbraut

Í maí árið 2003 efndu Umhverfis- og tæknisvið Reykjavíkurborgar og Vegagerðin til samkeppni um hönnun þriggja göngubrúa í Reykjavík, tveggja yfir Hringbraut og einnar yfir Njarðargötu. Samkeppnistillagan var unnin í samstarfi Línuhönnunar og arkitekta Studio Granda. Um var að ræða tveggja þrepa samkeppni. Á fyrri þrepi samkeppninnar var nafnleynd keppenda og komst Línuhönnun og Studio Granda áfram ásamt tveimur öðrum hópum. Í síðari þrepi voru höfundar þekktir og var tillaga Línuhönnunar og Studio Granda valin áfram til frekari hönnunar. Eitt af þeim atriðum sem skyldi dæmt eftir var hversu sveigjanleg hönnunin væri gagnvart því að endurnýta hana á öðrum stað. Með því að staðfesta sveifluhegðun göngubrúna er unnt að taka ákvarðanir varðandi mögulegar haflemdir og hafdeilingu með upplýstari og öruggari hætti en ella.



Mynd 1: Göngubrú yfir Hringbraut við Njarðargötu

Göngubrýr yfir Hringbraut er samfelldar og eftirspenntar bitabrýr með bogaformuðum bita. Heildarhæð bitans er 700 mm og er þykkt kantsins þar sem handriðið er fest við einungis 170 mm. Handriðið er gert úr grönnum ryðfríum teinum, sem soðnir eru á samfelldan vinkel neðst. Hvítt sement og ljós fylliefni eru notuð í steypu brúardekksins til að fá ljósara og bjartara útlit. Millisúlurnar eru úr ryðfríum stálörum sem fyllt eru með steypu og gengur stálrörið lítillega upp í yfirbygginguna. Yfirbyggingin situr á legum á báðum endum og er haldið gagnvart láréttum kröftum við endastöpla með stálfestingum.

Mælingar

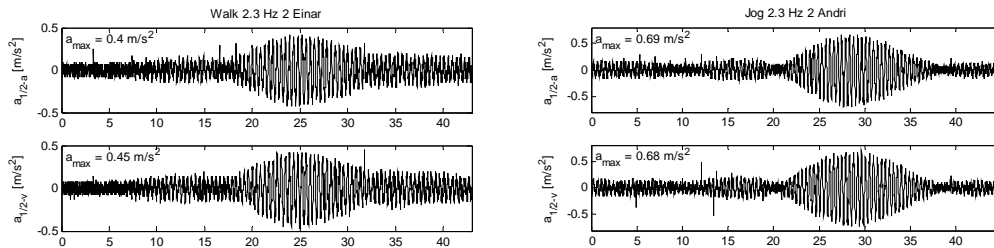
Þegar mælingar voru hafnar var ákveðið að útvíkka verkefnið að því leyti að mæla ekki eingöngu hreyfingar á göngubrú yfir Hringbraut við Njarðargötu heldur á tveimur göngubrúum til viðbótar. Annars vegar göngubrú yfir Hringbraut við Landspítala sem er sams konar brú og hins vegar göngubrú yfir Miklubraut við Grundargerði sem er stálbitabrá. Tilgangurinn með því var að skoða hegðun brúa með annan grunnsveiflutíma og úr öðru byggingarefni til að öðlast betri samburð. Fyrstu mælingar voru gerðar í júlí síðastliðnum en lokamælingar voru gerðar um miðjan október síðastliðinn.



Mynd 2: Skríðganga Vinnuskóla Reykjavíkur fer yfir göngubrú yfir Hringbraut við Landspítala þann 13. júlí 2006

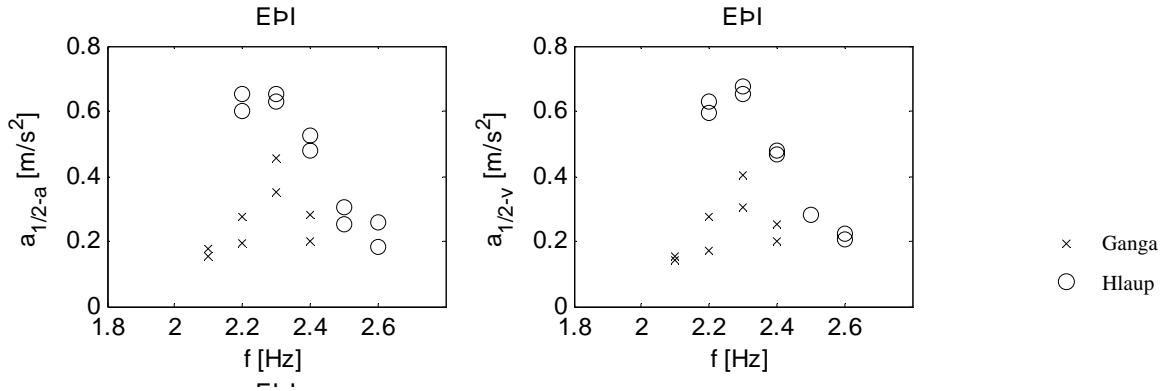
Við mælingarnar voru notaðir einása hröðunarnemar til að mæla lóðrétta hröðun brúarinnar við mismunandi álag frá fótganandi vegfarendum og hlaupurum.

Fyrir hverja brú var svörunin mæld við álag frá stökum vegfarenda sem gengur/hleypur yfir á eigintíðni brúarinnar og nálægt henni. Þar að auki voru gerðar mælingar þar sem misstórir hópar voru látnir ganga og skokka yfir brúna á mismunandi hraða. Markmið hóptilraunanna var að bera saman álag frá hópi af einstaklingum og stökum manni og skoða hversu samstíga slíkur hópur er og getur orðið.

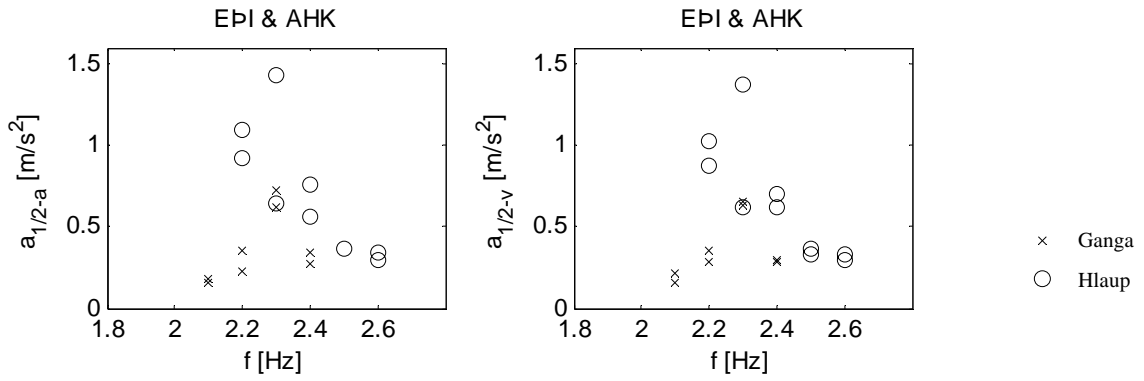


Mynd 3: Svörun göngubrúar yfir Hringbraut við Njarðargötu þar sem tíðni álagið er sú sama og eigintíðni brúarinnar. Tímaröðin til vinstri sýnir einn gangandi en tímaröðin til hægri sýnir svörun fyrir einn hlaupara.

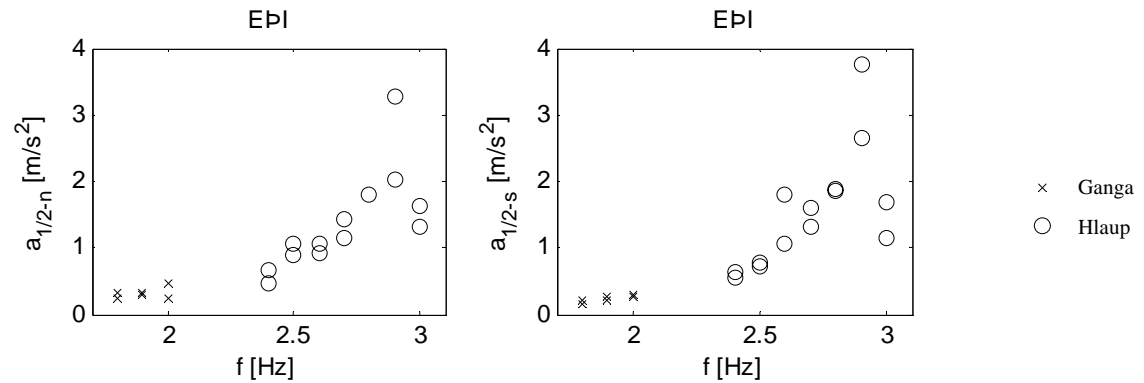
Á myndum 4 til 6 má sjá hvernig svörun göngubrúar yfir Hringbraut við Njarðargötu er fyrir breytilega tíðni göngu- og hlaupaálags fyrir einn og tvo menn. Greinilegt er að svörunin er mest þegar tíðni álagsins er sem næst fyrstu lóðrétta eigintíðni brúarinnar eins og búast mátti við.



Mynd 4: Mesta svörun göngubrúar yfir Hringbraut við Njarðargötu fyrir mismunandi tíðni göngu- og hlaupaálags frá einum manni. Til vinstri er mæld svörun á miðju lengsta hafi í ytri kanti brúarinnar en til hægri er mæld svörun í innri kanti brúarinnar.



Mynd 5: Mesta svörun göngubrúar yfir Hringbraut við Njarðargötu fyrir mismunandi tíðni göngu- og hlaupaálags frá tveimur mönnum. Til vinstri er mæld svörun í ytri kanti brúarinnar en til hægri er mæld svörun í innri kanti brúarinnar.

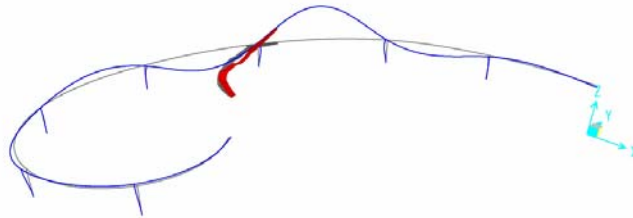


Mynd 6: Mesta Svörun göngubrúar yfir Miklubraut við Grundargerði fyrir mismunandi tíðni göngu- og hlaupaálags frá einum manni. Til vinstri er mæld svörun á miðju norðurhafi brúarinnar en til hægri mæld svörun á miðju suðurhafi brúarinnar.

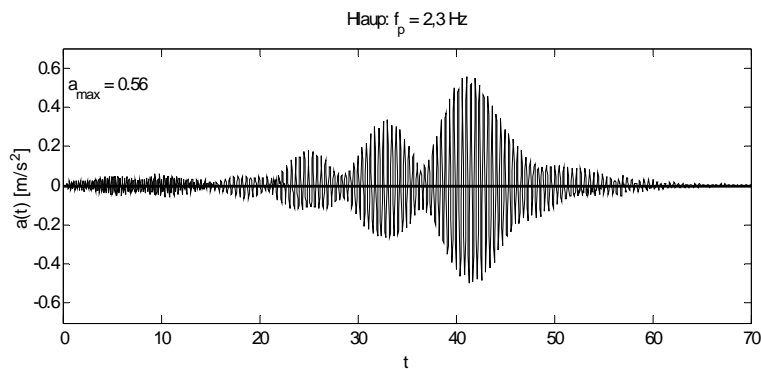
Reiknilíkan

Byggt var upp einingalíkan í FE-forritinu SAP2000 þar sem eingöngu var notast við bitaeiningar. Allir útreikningar byggja á eiginsveiflugreiningu og tímaraðagreiningu. Við hönnun brúarinnar hafði verið sett upp reiknilíkan í SAP2000 þar sem að skeljaeiningar voru notaðar fyrir yfirbyggingu brúarinnar ásamt stíganum sem tengist yfirbyggingunni. Bitaeiningar voru hins vegar notaðar fyrir súlurnar. Það þótti ekki nægilega hentugt að nota skeljaeiningar fyrir tímaraðagreininguna ásamt því að ekki var verið að skoða eða mæla láréttar hreyfingar eða vinduhreyfingar. Í verkefninu er einungis verið að skoða lóðréttar hreyfingar og því þótti ekki ástæða til að nota skeljaeiningar fyrir yfirbyggingu í reiknilíkaninu. Á mynd 7 má sjá hvernig fyrsta lóðréttá sveifluform göngubrúarinnar lítur út samkvæmt sveiflugreiningunni.

Yfirbyggingin er byggð upp af $0,1\text{ m}$ löngum bitaeiningum og fylgir þrívíðri geometríu brúarinnar. Þessi þéttleiki gerir auðveldlega kleift að setja inn punktalag með $0,1\text{ m}$ millibili og því má stilla skreflengd álagsins með þeirri nákvæmni. Aðferðin við tímaraðagreininguna er sú að álagslíkanið sem til skoðunar er hverju sinni er gefið upp sem röð af sínushreinsveiflum yfir tímann T_p sem jafngildir $1/f_p$ þar sem f_p er göngu- eða hlaupatíðnin. Álagið færir svo yfir á næsta hnútpunkt sem er í fjarlægðinni l_{skref} frá fyrsta álagspunktinum og hefur þá upphafstíma T_p og lokatíma $2T_p$. Á þann hátt færir álagið eftir brúnni og líkir þannig eftir göngu eða hlaupi yfir brúna. Dæmi um reiknaða svörun frá einum hlaupara má sjá á mynd 8.



Mynd 7: Fyrsta lóðréttá sveifluform göngubrúar yfir Hringbraut við Njarðargötu



Mynd 8: Reiknuð hröðun fyrir einn hlaupara frá suðri til norðurs á tíðni $2,3\text{ Hz}$, þyngd 900 N og deyfing, $\zeta = 0,0065$.

Hönnunarstaðlar

Fyrstu kröfur um sveifluhegðun göngubrúa undan álagi frá fótgangandi vegfarendum voru settar fram árið 1978 í breska brúarstaðlinum BS5400. Álagslíkanið var mjög einfalt og byggði á tillögu að hönnunarviðmiðum sem birt var í [Blanchard et.al., 1977]. Líkanið reiknar svörun mannvirkisins í lóðréttu stefnu undan álagi frá stökum fótgangandi vegfaranda. Svörun undan hópi af vegfarendum eða svörun vegna hlaupaálags er ekki reiknuð. Ekki er heldur tekið á svörun vegna örvunar í lárétta stefnu. Í framhaldi tóku fleiri staðlar upp þessa sömu aðferð má t.d. nefna kanadíska brúarstaðalinn, OHBDC (Ontario Highway and Bridge Design Code) og danska vegstaðalinn, Vejregler.

Í öllum stöðlum er álagið sett fram sem stakur kraftur sem færast yfir aðalhaf brúarinnar með jöfnum hraða. Álagið skal sett á brúnna þannig að tíðni álagsins, f_0 , sé jöfn fyrstu lóðréttu eigintíðni brúarinnar og G_0 er sveifluútvík álagsins sem er mismunandi milli staðla. Mesta hröðun brúarinnar skal reiknuð og borin saman við hönnunarviðmiðin sem eru mismunandi milli staðla.

Annmarkar þessarar aðferðar eru helst þeir að álagslíkanið er ekki mjög raunverulegt sambærilegt við það raunálág af völdum gangandi vegfarenda. Í flestum tilfellum er heldur ekki tekið á því hvernig skuli meðhöndla fleiri en einn gangandi eða hlaupara.

Mikil vinna hefur verið lögð í að rannsaka sveiflur í göngubrúum frá fótgangandi vegfarendum undanfarin ár. Má þar nefna vinnu sem fer fram fyrir bresku vegagerðina (the UK Highway Agency) og er unnin af TRL Limited (Transport Research Laboratory) og ráðgjafafyrirtækinu Flint & Neill Partnership. Framvinda vinnunnar er lýst í þremur greinum sem lagðar voru fram á ráðstefnu um sveifluhegðun göngubrúa í Fenejum í desember 2005, sjá [Barker, 2005; Barker et.al., 2005; Mackenzie et.al., 2005]. Þar er tekið fram að meðal helstu galla við hönnunarreglur staðlanna séu í stuttu máli eftirfarandi:

- Stærð álagsins (180 N) sé allt of lágt.
- Ekki er tekið tillit til tegund notkunar brúarinnar.
- Ekki er tekið tillit til hlaupaálags.

Einnig er lagt til að kröfurnar um mestu leyfilegu hröðun séu endurskoðaðar. Ein tillaga er að nota kröfur eins og sýndar í töflu 1. Efri mörkin sem skilgreind eru í töflu 1 miða ekki við hámarksgildi heldur skalað RMS-gildi (e. Root-mean square) hröðunar Niðurstöður mælinga í þessu verkefni miða hins vegar allar við hámarksgildi.

Tafla 1: Tillaga að hönnunarviðmiðum fyrir mestu leyfilegu hröðun skv. [Mackenzie et.al., 2005].

Viðmiðunarflokkur	Viðmið	Efri mörk
Strangar kröfur	Leiðir að mikilvægum stöðum eins og sjúkrahúsum og skólum þar sem notandinn hefur takmarkaðan hreyfanleika	0,5 m/s^2
Meðal kröfur	Venjulegar kröfur fyrir brýr í þéttbýli	1,0 m/s^2
Léttar kröfur	Afskekktar brýr sem notkun er lítil	2,0 m/s^2

Hvernig verður næsta brú hönnuð?

Álagslíkön í núgildandi stöðlum endurspegla ekki raunálæg frá gangandi vegfarendum. Margir óvissuþættir eru varðandi hegðun göngubrúa gagnvart álagi frá gangandi vegfarendum og eru þeir helstu deyfingarhlutfallið, breytileiki álagsins og hönnunarviðmiðin. Það er því lagt í hendur hönnuða að taka á þessum óvissuþáttum við hönnun nýrra mannvirkja.

Það að staðalviðmiðin séu tiltölulega lítið skilgreind gefur hönnuðum tækifæri til að beita innsæi og þekkingu án þess að vera bundnir af forskriftum. Mikilvægustu forsendurnar til að setja viðmiðin er staðsetning brúarinnar. Það er ekki sama hvort að göngubrúin sé staðsett á fjölfarinni leið í miðri borg eða hvort að fáir leggi leið sína yfir brúna. Eða þá hvort að brúin sé staðsett í grennd við sjúkrahús, biðstöðvar strætisvagna, grunnskóla eða þá á fjöllum þar sem einungis fjallgöngufólk gengur yfir. Með því að skoða aðstæður í hvert sinn og þannig setja viðmið varðandi hröðun og aðra hegðun brúarinnar getur hönnuður haft meiri sveigjanleika í sinni hönnun. Mikilvægt er þó að eigandi brúarinnar sé vel meðvitaður um hvað um er að ræða og að hann viti hvað hann er að fá í hvert sinn.

Sökum fjölda óvissuþátta getur reynst erfitt að spá nákvæmlega fyrir um hegðun göngubrúa gagnvart sveiflum. Einfaldar aðferðir eða FE-reiknilíkön geta spáð fyrir um hver líkleg hröðun vegna gangandi og hlaupandi vegfarenda verði en séu líkur á að um vandræði verði vegna sveiflna þá má gera ráðstafanir til að koma fyrir dempurum strax á hönnunarstigi.

Til að staðfesta að hegðun brúarinnar sé ásættanleg er mikilvægt að mæla hreyfingar hennar fyrir gefið álag þegar byggingu hennar er lokið. Þess má geta að í svissneskum staðli SIA 160 þá er þess krafist að svörum brúarinnar sé mæld falli grunntíðni hennar að tíðni gangandi og hlaupandi vegfarenda, [Zivanovic, 2005].

Aðferð sem lögð er til af [Mackenzie et.al., 2005] gerir ráð fyrir að setja þrjá mismunandi viðmiðunarflokka ásamt því að taka tillit til staðsetningar, hæðar brúar og mikilvægi tengingar. Sú aðferð gefur ágætis möguleika til að setja mismunandi kröfur fyrir einn gangandi vegafaranda.

Forsendur sem þarf:

- hvar er brúin staðsett
- er göngutengingin mikilvæg samgönguleið?
- Hver er líklegur fjöldi notenda (gangandi, hlauparar, hlaupahópar)
- Eru líkur á sérstökum viðburði (t.d. skrudganga)

Með því að kvarða þessi viðmið við núverandi göngubrýr á höfuðborgarsvæðinu mætti ennþá frekar meta hvort þau séu ásættanleg eða ekki. Með því að gera litla könnun á notendum þeirra brúa sem eru til staðar nú þegar mætti búa til mælikvarða á ásættanlegar hreyfingar.

Niðurstöður

Upphafleg markmið verkefnisins voru eftirfarandi:

- Að sannreyna reiknilíkön sem notuð hafa verið við hönnun gagnvart mældum niðurstöðum úr sveifluþrófunum.
- Að tryggja öryggi og vellíðan notenda mannvirkisins með því að staðfesta að hreyfingar brúarinnar séu innan eðlilegra marka.
- Að auka þekkingu og notkun á aðferðum sveifluþreiningar við hönnun göngubrúa hér á Íslandi.
- Gera tillögur að hönnunarviðmiðum fyrir sveifluhegðun göngubrúa á Íslandi.

Alls hafa nú verið mældar sveiflur á fjórum göngubrúum (af 13) á höfuðborgarsvæðinu. Niðurstöður þeirra mælinga má sjá í töflu 1.

Tafla 2: Samantekt á mældri svörun göngubrúa yfir Hringbraut og Miklubraut fyrir mismunandi álag.

Göngubrú	Mæld eigintíðni	Mæld svörun				Staðalkröfur a_{max}
		1 gangandi	2 gangandi	1 hlaupari	2 hlauparar	
Hringbraut við Njarðargötu	2,3 Hz	0,45 m/s^2	0,72 m/s^2	0,70 m/s^2	1,44 m/s^2	0,758 m/s^2
Hringbraut við Landspítala	3,0 Hz	-	-	1,02 m/s^2	1,71 m/s^2	0,866 m/s^2
Miklubraut við Grundargerði	2,7 - 2,8 Hz	0,672 m/s^2	-	3,76 m/s^2	-	0,822 m/s^2
Miklubraut við Rauðagerði ¹	2,7 Hz	0,261 m/s^2	0,584 m/s^2	0,947 m/s^2	3,663 m/s^2	0,822 m/s^2

¹ sjá [Snæbjörnsson & Sigbjörnsson, 1999]

Mæld svörun göngubrúar yfir Hringbraut við Njarðargötu er innan við staðalviðmið fyrir einn gangandi vegfaranda þó að lóðrétt eigintíðni brúarinnar sé nálægt tíðni gangandi vegfarenda. Staðalkröfurnar eru eingöngu háðar eigintíðni brúarinnar og gilda fyrir einn gangandi mann samkvæmt skilgreiningu í staðlinum.

Mæld svörun göngubrúar yfir Miklubraut við Grundargerði er innan við staðalviðmið fyrir einn gangandi vegfaranda.

Í töflu 2 má sjá að mæld svörun fyrir einn hlaupara er lítillega ofan við staðalkröfur fyrir göngubrú yfir Hringbraut við Landspítala og fyrir brú yfir Miklubraut við Rauðagerði. Fyrir brú yfir Hringbraut við Njarðargötu er mæld svörun innan við staðalkröfur. Fyrir göngubrú yfir Miklubraut við Rauðagerði (við Hagkaup) þá er mesta mæld hröðun fyrir einn hlaupara meira en fjórfalt hærri en staðalkröfur ($3,76 m/s^2$) enda eru hreyfingar í þeirri brú mjög greinilegar.

Mæld svörun brúnna tveggja við Hringbraut reyndist samræmast vel við reiknaða svörun í FE-reiknilíkani. Einfaldar hönnunaraðferðir falla jafnframt vel að niðurstöðum tímaraðgreiningar fyrir álagslíkön fyrir gangandi vegfarendur í FE-reiknilíkani og samkvæmt því mætti nýta sér einfaldar hönnunaraðferðir á forhönnunarstigi.

Tafla 3: Mæld svörun göngubrúar yfir Hringbraut við Njarðargötu fyrir hópálagi (26 manns).

Hröð ganga (ca. 2,3 Hz)	0,93 m/s^2	Mesta melda hröðun í tveimur mælingum
Hægt skokk (ca. 2,3 Hz)	1,12 m/s^2	Mesta melda hröðun í tveimur mælingum
Hratt skokk (ca. 2,6 Hz)	0,99 m/s^2	Mesta melda hröðun í tveimur mælingum
Gengið í hringi á aðalhafi (ca. 2,6 Hz)	1,06 m/s^2	Mesta melda hröðun í 2 min. mælingu

Í töflu 3 má sjá niðurstöður þar sem hópur gekk og hljóp yfir göngubrú yfir Hringbraut við Njarðargötu. Athyglivert er að 26 manna hópurinn sem hleypur með tíðni jafnri eigintíðni brúarinnar gefur minni svörun heldur en 2 hlauparar á sömu tíðni. Skýringin á því er sú að erfitt er fyrir allan hópinn að halda réttum takti og því verður svörunin minni.

Þrjú af fjórum markmiðum sem sett voru fram í upphafi verkefnisins náðust, þ.e. þau reiknilíkön sem notuð hafa verið voru staðfest, staðfest var að hreyfingar brúarinnar væru innan settra marka og mikil þekking hefur orðið til varðandi notkun sveiflugreiningar við hönnun göngubrúa sem mun nýtast mjög vel við hönnun í framtíðinni. Ekki var sérstaklega reynt að gera tillögur að hönnunarviðmiðum eins og upphafleg markmið voru skilgreind. Hins vegar þá kemur það fram hér frammar að skortur á skilgreiningum í núgildandi stöðlum gefur hönnuðum og eigendum mannvirkjanna tækifæri til að laga sig að aðstæðum á hverjum stað án þess að vera bundið af forskriftum. Það er því lagt í hendur hönnuða hverju sinni að setja þær kröfur sem mannvirkinu er ætlað að uppfylla í samræði við eigendurna.

Verkefnið er styrkt af Rannsóknasjóði Vegagerðarinnar og Línuhönnun hf. og unnið í samstarfi við Bjarna Bessason prófessor við Verkfræðideild Háskóla Íslands. Umsjón með verkefninu hafði Guðmundur Valur Guðmundsson verkfræðingur hjá Línuhönnun en aðrir sem komu að því voru Einar Þór Ingólfsson verkfræðingur hjá Línuhönnun og Baldvin Einarsson sviðsstjóri Vega- og byggðasviðs Línuhönnunar. Nokkuð fleiri komu að tilraunum þar sem gengið, hlaupið og hoppað var yfir brýrnar. Þar má telja hópa úr Vinnuskóla Reykjavíkur, verkfræðinema úr Háskóla Íslands ásamt nokkrum af frískustu starfsmönnum Línuhönnunar og er þeim þakkað fyrir sitt framlag. Að lokum viljum við þakka verkfræðistofunni Vista í Reykjavík og Svend Ole Hansen Aps. í Kaupmannahöfn fyrir afnot af mælitækjum og söfnunarbúnaði sem gerði þessar mælingar mögulegar.

Heimildir:

ENV 1992-2:1996 *Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 2: Concrete bridges*, CEN, European Committee for Standardization, September 1996.

Barker, C.; DeNeumann, S.; Mackenzie & Ko, R., Footbridge Pedestrian Vibration Limits. Part 1: Pedestrian Input, *Proceedings of the Second International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges: FOOTBRIDGE 2005*, Venice, December 2005.

Barker, C., Footbridge Pedestrian Vibration Limits. Part 3: Background to Response Calculations, *Proceedings of the Second International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges: FOOTBRIDGE 2005*, Venice, December 2005.

Blanchard, J.; Davies, B.L. & Smith, J.W., Design criteria and analysis for dynamic loading of footbridges, *TRRL Suppl Rep and Symp on Dyn Behav of Bridges*, pp. 90-106, 1977.

Dallard, P.; Fitzpatrick, A.J.; Flint, A.; Bourva, S.L.; Low, A.; Ridsdill-Smith, R.M. & Willford, M., Paper - The London Millennium Footbridge, *Structural Engineer*, 2001, 79, 20-21.

Mackenzie, D.; Barker, C.; McFadyen, N. & Allison, B., Footbridge Pedestrian Vibration Limits. Part 2: Human Sensitivity *Proceedings of the Second International Conference on the Design and Dynamic Behaviour of Footbridges: FOOTBRIDGE 2005*, Venice, December 2005.

Snæbjörnsson, J. & Sigbjörnsson, R., Footbridge Dynamics and Pedestrian Induced Vibrations - a Case study, *Proceedings of the 3rd International Conference on Structural Dynamics - EURODYN 1999*, Prague, June 1999.

Zivanovic, S.; Pavic, A. & Reynolds, P., Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 279, pp. 1-74, 2005.